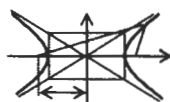


НАДІЯ ТКАЧЕНКО

ВИЩА МАТЕМАТИКА



Київ 2008

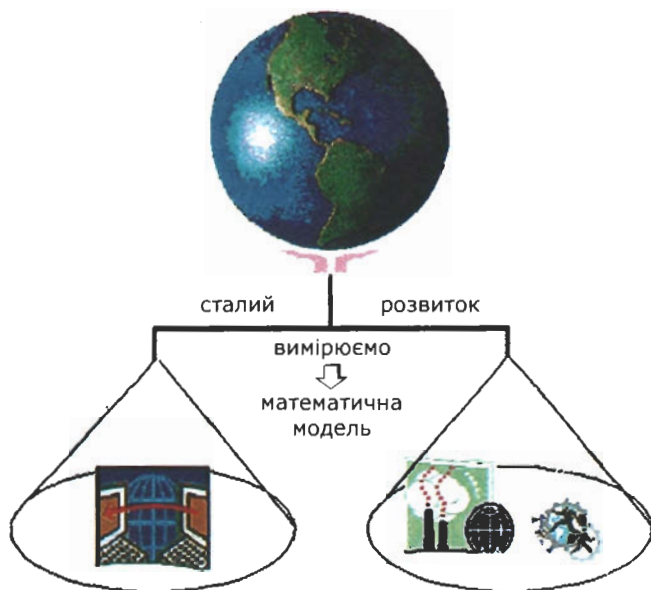


НАДІЯ ТКАЧЕНКО

ВИЩА МАТЕМАТИКА

Навчальний посібник

Рекомендовано Міністерством освіти і науки України



Київ 2008

Рецензенти

Кудін А. П. – доктор фізико-математичних наук, професор, проректор з дистанційної освіти та інноваційних технологій навчання НПУ ім. М.П.Драгоманова

Мінаковський В. М. – кандидат технічних наук, доцент кафедри теоретичної і промислової теплоенергетики НТУУ "КПІ", вчений секретар комісії з енергетики та енергетичного машинобудування ММР МОН України

Мхітарян А. А. – кандидат фізико-математичних наук, доцент, заступник завідувача кафедри диференціальних рівнянь НТУУ "КПІ"

Огороднік С. С. – доктор технічних наук, професор, завідувач кафедри теплоенергетики ДАЖКГ

Маловічко В. О. – кандидат фізико-математичних наук, доцент, завідувач кафедри фундаментальних дисциплін ДАЖКГ

Ткаченко, Н. В.

Т48 Вища математика. Ч. I. : навч. посіб. / Н. В. Ткаченко. – К.: Вид. ПАЛИВОДА А. В., 2008. – 162 с.

ISBN 978-966-437-115-4.

У посібнику викладено найважливіші теоретичні поняття першої частини курсу вищої математики відповідно до освітньо-професійної програми бакалавра напрямку підготовки 6.05060 «Теплоенергетика» заочної форми навчання, наведено приклади розв'язування задач, список використаної літератури тощо

Вміст першої частини навчального електронного посібника з вищої математики охоплює наступні змістовні модулі: комплексні числа та дії над ними, елементи лінійної та векторної алгебри, аналітична геометрія, вступ до математичного аналізу, диференціальне числення функцій однієї змінної, елементи вищої алгебри, лінійні перетворення, дискретна математика з бульовою алгеброю та графами.

Навчальний посібник містить комплекс найнеобхідніших матеріалів для вивчення курсу "Вища математика" за болонською системою навчання, зокрема: загальний список навчальних елементів, що є по суті тематичним планом вивчення дисципліни за кредитно-модульною системою навчання та програмою курсу "Вища математика", теоретичні ілюстрації курсу, вказівки щодо розв'язування практичних задач зі зразками розв'язків типових задач. Передбачено виконання студентами заочної форми навчання практичного завдання на побудову моделей поверхонь другого порядку та зведення квадратичних форм до канонічного виду.

Посібник може бути використаний для дистанційної освіти через Інтернет. Інтерактивні глосарії та вбудований покажчик основних понять допоможе швидкому пошуку потрібної інформації при користуванні електронним варіантом посібника зі CD-rom.

Друкється в авторській редакції

© Ткаченко Н. В., 2008

© ДАЖКГ, 2008

© Видавець Паливода А. В. (оформлення), 2008

© Пономарьова Ю. М. (обкладинка), 2008

ISBN 978-966-437-115-4

ЗМІСТ

Вступ.....	4
Загальний зміст та навчальні елементи, що підлягають вивченню.....	5
Модуль 1. Корекцій базових знань для вивчення вищої математики	9
Модуль числа.....	9
Числові множини.....	10
Канонічний розклад натурального числа.....	10
Степні та корені.....	12
Тригонометричні функції.....	12
Модуль 2. Комплексні числа	13
Основна теорема алгебри.....	18
Модуль 3. Лінійна алгебра	19
Матриці.....	19
Визначники.....	22
Системи лінійних рівнянь.....	28
Модуль 4. Елементи векторної алгебри	36
Вектори.....	36
Системи координат. Декартова система координат.....	39
Модуль 5. Аналітична геометрія	46
Аналітична геометрія на площині.....	46
Криві другого порядку.....	51
Полярна система координат.....	56
Аналітична геометрія в просторі.....	58
Загальне рівняння площини.....	58
Поверхні другого порядку.....	67
Циліндрична та сферична системи координат.....	71
Модуль 6. Вступ до математичного аналізу	73
Числова послідовність.....	73
Границя функції.....	78
Неперервність функції.....	86
Модуль 7. Диференціальне числення функцій однієї змінної	92
Похідна функції.....	92
Похідні основних функцій.....	93
Диференціал функції.....	95
Застосування диференціала до наближених обчислень.....	102
Схема дослідження функції і побудова її графіка.....	115
Модуль 8. Елементи вищої алгебри	121
Основні поняття теорії множин.....	121
Алгебраїчні структури.....	127
Лінійний (векторний) простір.....	128
Лінійні перетворення.....	129
Квадратичні форми.....	136
Модуль 9. Дискретна математика	141
Елементи комбінаторики.....	141
Елементи математичної логіки.....	143
Бульові функції.....	145
Предикати і квантори.....	146
Графи.....	147
Дерева та цикли.....	152
Прикладні задачі.....	153
Інтерактивний глосарій	156
Рекомендована література.....	161

Проблеми не можна розв'язати на тому рівні мислення, на якому вони виникли

Альберт Ейнштейн

Вступ

Вузівський курс вищої математики передбачає оволодіння студентами технічних спеціальностей найпотужнішого методу пізнання законів природи – методу математичного моделювання. Метою є забезпечення життя на планеті та гарантування сталого розвитку урбанізованого суспільства шляхом застосування адекватних технологій. Всі технічні рішення базуються на математичних моделях. Базові математичні моделі є змістом сучасного курсу вищої математики для інженерів. Цінність вищої математики для інженерів не лише в тому, щоб вміти розв'язати конкретну практичну задачу. Чи не більш важливою є система знань, яка допоможе обгрунтовано і правильно вибрати метод, яким розв'язувати задачу. До базових, концептуальних питань інженерної практики відносяться фундаментальні математичні поняття вектора, матриці, похідної, геометричних образів першого та другого порядків тощо. Саме цим питанням присвячується перша частина навчального посібника.

Курс вивчення Вищої математики будується відповідно до професіограми бакалавра за напрямом підготовки 6.050601 "Теплоенергетика". Матеріал поділено на змістовні модулі. З метою поліпшення допомоги студенту-заочнику вивчення матеріалу пропонується розпочати з Модуля 1: Корекція базових знань для вивчення вищої математики, який охоплює поняття: модуля числа, числові множини, дії над числами та правила виконання дій, канонічний розклад складеного числа, найбільший спільний дільник та найменше спільне кратне двох чисел, дробі, їх види, термінологія, дії над звичайними арифметичними дробами, формули скороченого множення, піднесення до степеня та добування кореня n -го степеня з дійсного числа, значення основних тригонометричних функцій для головних кутів, основні тригонометричні тотожності та формули тощо.

Студентам, які мають дуже хорошу математичну підготовку, ~~визначене~~ ~~своєю~~ модуля є не обов'язковим. Для визначення рівня вхідних знань та необхідності ~~вирішення~~ ~~багатьох~~ знань з шкільної математики на першому занятті проводять письмове тестування.

Наступним кроком є вивчення матеріалу відповідно до змістовних ~~модулів~~. При потребі, яка виникає з конкретних робочих навчальних планів, змістовні ~~модулі~~ ~~можуть~~ об'єднувати.

Навчальний посібник передбачає можливість його видання як ~~в друкованому~~ носіїві, так і у виді електронного підручника. В останньому варіанті для ~~зручності~~ ~~зручності~~ матеріалу розроблена електронна система пошуку математичних понять ~~в електронних~~ вкладками у тексті підручника та реверсними посиланнями на основні ~~поняття~~ ~~в даному~~ посібника розміщено інтерактивний глосарій, рекомендована література тощо.

*Програма курсу Вища математика
для спеціальності "Теплоенергетика" (заочна форма навчання) ДАЖКГ
частина I (1 курс)*

Загальний зміст та навчальні елементи, що підлягають вивченню

Вступ. Актуалізація опорних знань студентів з математики. Вхідний тест.

Модуль 1. Корекція базових знань для вивчення вищої математики.

- 1.1. Модуль числа.
- 1.2. Загальні правила виконання дій над числами.
- 1.3. Числові множини.
- 1.4. Канонічний розклад натурального числа.
- 1.5. Найбільший спільний дільник та найменше спільне кратне двох чисел.
- 1.6. Звичайні дроби та правила виконання дій над ними.
- 1.7. Степені та корені.
- 1.8. Розклад многочлена на множники.
- 1.9. Тригонометричні функції.

Модуль 2. Комплексні числа.

- 2.1. Геометричні інтерпретації комплексного числа.
- 2.2. Тригонометрична форма комплексного числа.
- 2.3. Дії з комплексними числами.
- 2.4. Формула Муавра.
- 2.5. Показникова форма комплексного числа.
- 2.6. Розклад многочлена на множники.
- 2.7. Теорема Безу.
- 2.8. Основна теорема алгебри.

Модуль 3. Лінійна алгебра.

- 3.1. Матриці.
 - 3.1.1. Дії над матрицями та їх властивості.
- 3.2. Визначники матриць.
 - 3.2.1. Мінори та алгебраїчні доповнення.
 - 3.2.2. Розклад визначника за елементами рядка або стовпця.
- 3.3. Визначник n -го порядку.
 - 3.3.1. Властивості визначників.
- 3.4. Обернена матриця.
 - 3.4.1. Елементарні перетворення матриці.
 - 3.4.2. Базовий мінор матриці.
- 3.5. Ранг матриці.
 - 3.5.1. Еквівалентні матриці.
- 3.6. Системи лінійних рівнянь.
 - 3.6.1. Розв'язок системи, класифікація систем.
 - 3.6.2. Матричний метод розв'язання систем рівнянь.
 - 3.6.3. Метод Крамера.
 - 3.6.4. Елементарні перетворення систем рівнянь.
 - 3.6.5. Теорема Кронекера-Капеллі.
 - 3.6.6. Метод Гаусса.

Модуль 4. Елементи векторної алгебри

- 4.1. Вектори.
 - 4.1.1. Колінеарні та компланарні вектори.
 - 4.1.2. Лінійні операції над векторами.
 - 4.1.3. Проекція вектора на вісь.
 - 4.1.4. Властивості дій над векторами.
 - 4.1.5. Лінійна залежність векторів.
 - 4.1.6. Базис. Координати векторів.
- 4.2. Системи координат. Декартова система координат.

- 4.2.1. Лінійні операції над векторами в координатах.
- 4.2.2. Скалярний добуток векторів.
- 4.2.3. Векторний добуток векторів.
- 4.2.4. Мішаний добуток векторів.

Модуль 5. Аналітична геометрія

- 5.1. Аналітична геометрія на площині
 - 5.1.1. Рівняння прямої на площині
 - 5.1.1.1. Загальне рівняння прямої.
 - 5.1.1.2. Рівняння прямої за точкою і вектором нормалі.
 - 5.1.1.3. Рівняння прямої, що проходить через 2 точки.
 - 5.1.1.4. Рівняння прямої за точкою та кутовим коефіцієнтом.
 - 5.1.1.5. Рівняння прямої за точкою та напрямним вектором.
 - 5.1.1.6. Рівняння прямої у відрізках на осях.
 - 5.1.1.7. Нормальне рівняння прямої.
 - 5.1.1.7.1. Кут між прямими на площині.
 - 5.1.1.7.2. Рівняння прямої, що проходить через дану точку перпендикулярно до даної прямої.
 - 5.1.1.7.3. Відстань від точки до прямої на площині.
 - 5.1.2. Криві другого порядку.
 - 5.1.3. Канонічні рівняння та графіки.
 - 5.1.3.1. Коло.
 - 5.1.3.2. Еліпс.
 - 5.1.3.3. Гіпербола.
 - 5.1.3.4. Парабола. Фокуси. Ексцентриситет. Директриси.
 - 5.1.4. Полярна система координат.
- 5.2. Аналітична геометрія у просторі.
 - 5.2.1. Рівняння поверхні в просторі.
 - 5.2.2. Загальне рівняння площини.
 - 5.2.3. Рівняння площини, що проходять через 3 точки.
 - 5.2.4. Рівняння площини за 2 точками і вектором, колінеарним площині.
 - 5.2.5. Рівняння площини за точкою та 2-ма векторами, колінеарним площині.
 - 5.2.6. Рівняння площини за точкою та вектором нормалі.
 - 5.2.7. Рівняння площини у відрізках.
 - 5.2.8. Рівняння площини у векторній формі.
 - 5.2.9. Відстань від точки до площини.
 - 5.2.10. Рівняння лінії в просторі.
 - 5.2.11. Пряма у просторі.
 - 5.2.12. Рівняння прямої за точкою і напрямним вектором.
 - 5.2.13. Параметричне рівняння прямої.
 - 5.2.14. Напрямні косинуси.
 - 5.2.15. Кутові коефіцієнти прямої.
 - 5.2.16. Рівняння прямої в просторі, що проходить через дві точки.
 - 5.2.17. Загальні рівняння прямої у просторі.
 - 5.2.18. Кут між площинами.
 - 5.2.19. Умови паралельності і перпендикулярності площин.
 - 5.2.20. Кут між прямими у просторі.
 - 5.2.21. Умови паралельності і перпендикулярності прямих.
 - 5.2.22. Кут між прямою і площиною.
 - 5.2.23. Умови паралельності і перпендикулярності прямої і площини.
 - 5.2.24. Поверхні другого порядку.
 - 5.2.25. Циліндричні поверхні.
 - 5.2.26. Поверхні обертання. Сфера.
 - 5.2.27. Тривісний еліпсоїд.
 - 5.2.28. Одноповерхневий гіперboloїд.

- 5.2.29. Двопорожнинний гіперболоїд.
- 5.2.30. Еліптичний параболоїд.
- 5.2.31. Гіперболічний параболоїд.
- 5.2.32. Конус другого порядку.
- 5.2.33. Циліндрична та сферична системи координат.
- 5.2.34. Зв'язок між циліндричною та декартовою системами координат.
- 5.2.35. Зв'язок між сферичною та декартовою системами координат.

Модуль 6. Вступ до математичного аналізу.

- 6.1. Числова послідовність.
 - 6.1.1. Обмежені і необмежені послідовності.
- 6.2. Границя послідовності.
 - 6.2.1. Монотонні послідовності.
 - 6.2.2. Зв'язок натурального та десяткового логарифмів.
- 6.3. Функція та способи її задання.
 - 6.3.1. Область визначення (задання) функції.
 - 6.3.2. Область значень функції.
 - 6.3.3. Основні елементарні функції, їх графіки.
 - 6.3.4. Основні класи елементарних функцій.
- 6.4. Границя функції.
 - 6.4.1. Односторонні границі.
 - 6.4.2. Необхідна і достатня умова того, щоб число A було границєю функції.
 - 6.4.3. Властивості границь функцій.
- 6.5. Нескінченно малі функції.
 - 6.5.1. Властивості нескінченно малих функцій.
 - 6.5.2. Нескінченно великі функції.
 - 6.5.3. Еквівалентні нескінченно малі (великі) функції.
 - 6.5.4. Деякі визначні, чудові, важливі границі.
- 6.6. Неперервність функції в точці.
 - 6.6.1. Властивості неперервних функцій.
 - 6.6.2. Неперервність деяких елементарних функцій.
 - 6.6.3. Точки розриву і їх класифікація (першого та другого роду).
 - 6.6.4. Усувний розрив.
 - 6.6.5. Неперервність на інтервалі.

Модуль 7. Диференціальне числення функцій однієї змінної.

- 7.1. Похідна функції у точці. Види позначень похідних .
 - 7.1.1. Січна, дотична і нормаль кривої в точці.
 - 7.1.2. Геометричний і фізичний зміст похідної.
 - 7.1.3. Однобічні похідні функції в точці.
 - 7.1.4. Основні правила диференціювання.
 - 7.1.5. Похідні основних функцій.
 - 7.1.6. Похідна складної функції.
 - 7.1.7. Логарифмічне диференціювання.
 - 7.1.8. Похідна показниково-степеневі функції.
 - 7.1.9. Похідна неявної та оберсної функції.
- 7.2. Диференціал функції.
 - 7.2.1. Геометричний зміст диференціала.
 - 7.2.2. Властивості диференціала.
- 7.3. Формула Тейлора.
- 7.4. Формула Маклорена.
 - 7.4.1. Подання деяких елементарних функцій формулою Тейлора.
- 7.5. Застосування диференціала до наближених обчислень.
 - 7.5.1. Теорема про середнє (Ролля, Лагранжа, Коші).
 - 7.5.2. Застосування диференціювання до знаходження границь.
 - 7.5.3. Види невизначеностей.

- 7.6. Правило Лопітала розкриття невизначеності границі функції типу "частка".
- 7.7. Похідні і диференціали вищих порядків.
- 7.8. Дослідження функцій за допомогою похідної.
 - 7.8.1. Монотонність функції, її зростання і спадання.
 - 7.8.2. Екстремуми функцій.
 - 7.8.3. Теорема (необхідна умова існування екстремуму).
 - 7.8.4. Критичні точки.
 - 7.8.5. Достатні умови існування екстремуму.
 - 7.8.6. Дослідження на екстремум за допомогою похідних вищих порядків.
 - 7.8.7. Опуклість та вгнутість кривої. Точки перегину.
 - 7.8.8. Фізичний зміст опуклості та угнутості.
 - 7.8.9. Асимптоти функції.
 - 7.8.10. Властивості симетрії та періодичності кривої.
- 7.9. Схема дослідження функції і побудова її графіка.

Модуль 8. Елементи вищої алгебри.

- 8.1. Основні поняття теорії множин.
 - 8.1.1. Операції над множинами.
 - 8.1.2. Властивості дій над множинами.
 - 8.1.3. Відношення на множинах.
 - 8.1.4. Властивості бінарних відношень.
 - 8.1.5. Алгебраїчні операції.
- 8.2. Алгебраїчні структури.
 - 8.2.1. Група.
 - 8.2.2. Ізоморфізм.
 - 8.2.3. Кільце.
 - 8.2.4. Полс.
- 8.3. Лінійний (векторний) простір.
 - 8.3.1. Властивості лінійних просторів.
 - 8.3.2. Лінійні перетворення у просторах.
 - 8.3.3. Базиси простору.
 - 8.3.4. Матриця лінійного перетворення.
 - 8.3.5. Власні значення і власні вектори лінійних перетворень.
 - 8.3.6. Характеристичне рівняння.
- 8.4. Квадратичні форми.
 - 8.4.1. Приведення квадратичних форм до канонічного вигляду.

Модуль 9. Дискретна математика.

- 9.1. Елементи комбінаторики.
 - 9.1.1. Перестановки.
 - 9.1.2. Розміщення.
 - 9.1.3. Сполучення.
 - 9.1.4. Перестановки з повторювальними елементами.
 - 9.1.5. Біном Ньютона.
- 9.2. Елементи математичної логіки.
 - 9.2.1. Основні еквівалентності.
 - 9.2.2. Булеві функції.
 - 9.2.3. Предикати і квантори.
- 9.3. Графи. Основні визначення.
 - 9.3.1. Матриці графів.
 - 9.3.2. Досяжність та зв'язність.
 - 9.3.3. Ейлерові та гамільтонові графи.
 - 9.3.4. Древа та цикли.
- 9.4. Прикладні задачі.

Ткаченко Надія Василівна,

06.08.44 р. н., м. Красилів, Хмельницької обл., професор кафедри фундаментальних дисциплін ДАЖКГ, викладає математику у школах і вузах м. Києва від 1960 року, з 16 років



Кандидатська дисертація присвячена знаходженню аналітичних і точних розв'язків систем різних типів диференціальних і різницевих рівнянь з поліноміальними коефіцієнтами (1971 р.). Доцент з 1978 р. Має більше 80 опублікованих наукових статей, науково-методичних розробок та навчальних посібників, 25 виступів на міжнародних наукових конференціях. Наукові інтереси торкаються особливостей побудови математичних моделей



Надія Василівна викладає курси "Вища математика" та "Міжнародна система вимірювань SI". Розробила для цього сучасну навчально-методичну базу викладання відповідно до кредитно-модульної системи навчання на базі освітніх стандартів, проводить комп'ютерне тестування тощо

